

# Lebesgue 積分論 (Lebesgue Integral Theory)<sup>1</sup>

平場 誠示 (Seiji HIRABA) 2018 年 11 月 14 日

## 目次

<b>1 導入 (Introduction)</b>	<b>1</b>
1.1 測度とは何か?	1
1.2 Riemann 積分から Lebesgue 積分へ	2
<b>2 可測集合と測度 (Measurable sets and Measures)</b>	<b>4</b>
2.1 $\sigma$ -加法族	4
2.2 Borel 集合体	5
2.3 測度空間	6
2.4 測度空間の例	7
<b>3 可測関数 (Measurable Functions)</b>	<b>9</b>
<b>4 Lebesgue 積分 (Lebesgue Integrals)</b>	<b>11</b>
4.1 Lebesgue 積分の定義	11
4.2 Lebesgue 積分の性質	12
<b>5 収束定理 (Convergence Theorems)</b>	<b>14</b>
<b>6 完備測度空間 (Complete Measure Spaces)</b>	<b>16</b>
6.1 測度の完備化	16
6.2 Riemann 積分との関係	16
6.3 非可測集合	17
<b>7 積分順序の交換定理 (Exchange Theorems of Integral Order)</b>	<b>19</b>
7.1 単調族定理	19
7.2 直積測度空間	20
7.3 Fubini の定理	21
<b>8 <math>L^p</math>-空間, 収束概念 (<math>L^p</math>-spaces, Convergence Notion)</b>	<b>24</b>
<b>9 外測度と測度の拡張定理 (Outer Measures and Extension Theorem of Measures)</b>	<b>27</b>
9.1 測度の拡張定理	27
9.2 外測度	28
<b>10 測度の微分 (Differentials of Measures)</b>	<b>31</b>
10.1 Lebesgue-Stieltjes 測度	31
10.2 Radon-Nikodym の定理	31
<b>11 確率論 (Probability Theory)</b>	<b>37</b>

<sup>1</sup>参考書 「ルベグ積分入門」 吉田 伸生 著 (遊星社), 「測度・積分・確率」 梅垣, 大矢, 塚田 共著 (共立出版)